INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI

CONCURSUL NAȚIONAL
DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"

ETAPA NAȚIONALĂ
7 mai 2016

Profil Filologie / Științe sociale

FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
SI MANAGEMENT INDUSTRIAL

CLASA A IX-A

1. a) Suprafața unui nufăr se dublează în fiecare zi. După 40 de zile nufărul acoperă tot lacul. După câte zile nufărul acoperă jumătate din suprafața lacului ?
b) Există trei numere reale a, b, c care să fie simultan în progresie aritmetică și în progresie geometrică ?

2. Fie funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = mx^2 - 2x + m,\ m \in \mathbb{R}^*$.
a) Să se determine valorile reale ale lui m pentru care graficul funcției f intersectează axa Ox.
b) Pentru ce valori reale ale lui m graficul funcției f este situat deasupra axei Ox ? Dar sub axa Ox ?
c) Să se determine valorile reale ale lui m pentru care dreapta de ecuație $y = 2x + 3$ intersectează graficul funcției f într-un singur punct.

3. La o fabrică de conserve s-a pierdut 6% din cantitatea de fructe după prima sortare, iar după a doua sortare s-a pierdut 2% din cantitatea rămasă după prima sortare. În final au rămas 184,24 tone de fructe. 12,5% din cantitatea bună de prelucrat se folosește pentru dulceață și cu 500% mai mult pentru gem.
a) Care este cantitatea de fructe destinată sortării ?
b) Ce cantitate de fructe rămâne după prepararea dulceței și a gemului ?

4. Se consideră funcțiile $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = x + 1$ și $g(x) = -2x + 4$. Să se calculeze cosinusul unghiului format de graficele celor două funcții.

Notă: *Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.*

INSPECTORATUL ŞCOLAR
JUDEŢEAN IAŞI

CONCURSUL NAŢIONAL
DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"

ETAPA NAȚIONALĂ
7 mai 2016

Profil Filologie / Științe sociale

FACULTATEA
CONSTRUCŢII DE MAŞINI
SI MANAGEMENT INDUSTRIAL

CLASA A X-A

1. Un pătrat are două laturii de ecuații: $x+5y-17=0$ și $5x-y-7=0$ și o diagonală de ecuație $3x+2y+1=0$.

a) Să se determine coordonatele vârfurilor pătratului.
b) Să se scrie ecuațiile celorlalte două laturi.
c) Să se calculeze aria pătratului.

2. Considerăm dezvoltarea $\left(\sqrt{y}+\dfrac{1}{2\sqrt[4]{y}}\right)^n$, unde $y\in\mathbb{R}, y>0, n\in\mathbb{N}^*$.

a) Determinați n pentru care coeficienții termenilor de rang 1, 2 respectiv 3 ai dezvoltării formează o progresie aritmetică.
b) Pentru $n=8$ găsiți termenii dezvoltării în care exponentul lui y să fie număr natural.

3. Trei muncitori realizează împreună 2064 de piese. Primul muncitor realizează 140% din cantitatea pe care o realizează al doilea muncitor, iar 60% din cât realizează al doilea muncitor este cu 15% mai mult decât 25% din cât realizează al treilea muncitor. Câte piese are de realizat fiecare muncitor ?

4. Să se rezolve pe domeniul maxim de definiție ecuațiile:

a) $\log_3\left(\log_4\left(x^2-17\right)\right)=1$
b) $3^{2x+1}-10\cdot 3^{x+1}+27=0$

Notă: *Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.*

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN IAŞI

CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ *"ADOLF HAIMOVICI"*

ETAPA NAŢIONALĂ
7 mai 2016

FACULTATEA CONSTRUCŢII DE MAŞINI SI MANAGEMENT INDUSTRIAL

Profil Filologie / Ştiinţe sociale

CLASA A XI-A

1. La o stație meteorologică sunt înregistrate temperaturile dimineața, la prânz și seara. S-a constatat că la prânz temperatura este cu 30% mai mare decât dimineața, iar seara se înregistrează o scădere cu 20% a temperaturii față de prânz. Se știe că diferența de temperatură dintre seară și dimineață este de un grad.
a) Să se calculeze cele trei temperaturi măsurate.
b) Cu cât la sută s-a mărit temperatura seara față de dimineața.

2. Seria statistică următoare reprezintă numărul de tablete vândute de o firmă într-o lună, luând ca valori clasele ce reprezintă prețul lor în euro.

Preț (euro)	[40;80)	[80;120)	[120;160)	[160;200)	[200;240)	[240;280]
Număr de tablete	50	70	90	100	50	40

a) Calculați prețul mediu al unei tablete vândute de firmă și aflați clasa mediană.
b) În luna următoare numărul de tablete vândute crește sau scade cu același procent în fiecare clasă. Care sunt clasele cu creșteri de vânzări astfel încât numărul total de tablete vândute este același?

3. Într-o regiune, fiecare dintre cele n orașe existente este legat în mod direct, prin căi ferate, de exact alte trei 3 orașe, astfel încât traseul minim ce pleacă dintr-un oraș A și se întoarce tot în A conține 4 legături directe.
a) Determinați numărul minim de orașe care pot fi legate astfel.
b) În condițiile problemei, este posibil să avem 9 orașe?

4. Un graf-turneu este un graf orientat complet astfel încât între oricare două vârfuri distincte x și y există unul și numai unul dintre arcele (x,y) sau (y,x). Pentru un graf-turneu cu n vârfuri $x_1, x_2, ..., x_n$ notăm cu r_i numărul arcelor care intră în x_i și cu s_i numărul arcelor care ies din x_i.
a) Justificați că: $r_1 + r_2 + ... + r_n = s_1 + s_2 + ... + s_n = \frac{n(n-1)}{2}$.
b) Arătați că: $r_1r_2 + r_1r_3 + ... + r_1r_n + r_2r_3 + ... + r_{n-1}r_n = s_1s_2 + s_1s_3 + ... + s_1s_n + s_2s_3 + ... + s_{n-1}s_n$.

Notă: *Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.*

INSPECTORATUL ŞCOLAR
JUDEŢEAN IAŞI

CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ *"ADOLF HAIMOVICI"*

ETAPA NAŢIONALĂ
7 mai 2016

Profil Filologie / Ştiinţe sociale

FACULTATEA
CONSTRUCŢII DE MAŞINI
SI MANAGEMENT INDUSTRIAL

CLASA A XII-A

1. Fie X o matrice pătratică de ordinul al doilea, cu elemente numere reale, care verifică ecuaţia $X^2 + X - A = O_2$, unde $A = \begin{pmatrix} -2 & -4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

a) Arătaţi că $X = A$ verifică ecuaţia din enunţ.

b) Arătaţi că $(2X + I_2)^2 = \begin{pmatrix} -7 & -16 \\ 4 & 9 \end{pmatrix}$.

c) Determinaţi toate soluţiile ecuaţiei din enunţ.

2. Într-un sistem de axe carteziene xOy se consideră punctele $O(0,0)$, $A(2,2)$ şi $B_n\left(\dfrac{2n}{n^2+1}, \dfrac{n^2-1}{n^2+1}\right), n \in \mathbb{Z}$.

a) Determinaţi aria triunghiului OAB_1.

b) Determinaţi ecuaţia dreptei AB_{-1}.

c) Pot fi coliniare punctele B_0, B_1, B_n? Justificaţi răspunsul!

3. Pe mulţimea numerelor reale considerăm legea de compoziţie asociativă "$\circ$" definită prin $x \circ y = xy - 6x - 6y + 42$, pentru orice x, y numere reale.

a) Determinaţi elementul neutru al acestei legi.

b) Arătaţi că $\underbrace{x \circ x \circ \ldots x}_{2016} = (x-6)^{2016} + 6$.

c) Determinaţi numerele reale x care verifică ecuaţia $\underbrace{x \circ x \circ \ldots \circ x}_{2016} = x^2 - 12x + 42$.

4. Printre elementele unei matrice cu 4 linii şi 4 coloane există 4 litere, astfel încât se află o singură literă pe fiecare linie, pe fiecare coloană şi pe fiecare dintre cele două diagonale. Câte soluţii există, dacă cele 4 litere sunt identice? Dar dacă sunt diferite? Justificaţi răspunsul!

Notă: *Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.*