

INSPECTORATUL ȘCOLAR  
JUDEȚEAN IAȘI

# CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

ETAPA NAȚIONALĂ  
7 mai 2016

Profil Filologie / Științe sociale

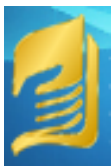


FACULTATEA  
CONSTRUCȚII DE MAȘINI  
SI MANAGEMENT INDUSTRIAL

## CLASA A IX-A

- Suprafața unui nufăr se dublează în fiecare zi. După 40 de zile nufărul acoperă tot lacul. După câte zile nufărul acoperă jumătate din suprafața lacului ?
  - Există trei numere reale  $a, b, c$  care să fie simultan în progresie aritmetică și în progresie geometrică ?
- Fie funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = mx^2 - 2x + m$ ,  $m \in \mathbb{R}^*$ .
  - Să se determine valorile reale ale lui  $m$  pentru care graficul funcției  $f$  intersectează axa  $Ox$ .
  - Pentru ce valori reale ale lui  $m$  graficul funcției  $f$  este situat deasupra axei  $Ox$  ? Dar sub axa  $Ox$  ?
  - Să se determine valorile reale ale lui  $m$  pentru care dreapta de ecuație  $y = 2x + 3$  intersectează graficul funcției  $f$  într-un singur punct.
- La o fabrică de conserve s-a pierdut 6% din cantitatea de fructe după prima sortare, iar după a doua sortare s-a pierdut 2% din cantitatea rămasă după prima sortare. În final au rămas 184,24 tone de fructe. 12,5% din cantitatea bună de prelucrat se folosește pentru dulceață și cu 500% mai mult pentru gem.
  - Care este cantitatea de fructe destinată sortării ?
  - Ce cantitate de fructe rămâne după prepararea dulceței și a gemului ?
- Se consideră funcțiile  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + 1$  și  $g(x) = -2x + 4$ . Să se calculeze cosinusul unghiului format de graficele celor două funcții.

**Notă:** Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.



INSPECTORATUL ȘCOLAR  
JUDEȚEAN IAȘI

# CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

ETAPA NAȚIONALĂ  
7 mai 2016

Profil Filologie / Științe sociale

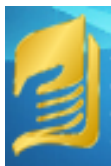


FACULTATEA  
CONSTRUCȚII DE MAȘINI  
SI MANAGEMENT INDUSTRIAL

## CLASA A X-A

- Un pătrat are două laturii de ecuații:  $x + 5y - 17 = 0$  și  $5x - y - 7 = 0$  și o diagonală de ecuație  $3x + 2y + 1 = 0$ .
  - Să se determine coordonatele vârfurilor pătratului.
  - Să se scrie ecuațiile celorlalte două laturi.
  - Să se calculeze aria pătratului.
- Considerăm dezvoltarea  $\left(\sqrt{y} + \frac{1}{2\sqrt[4]{y}}\right)^n$ , unde  $y \in \mathbb{R}, y > 0, n \in \mathbb{N}^*$ .
  - Determinați  $n$  pentru care coeficienții termenilor de rang 1, 2 respectiv 3 ai dezvoltării formează o progresie aritmetică.
  - Pentru  $n = 8$  găsiți termenii dezvoltării în care exponentul lui  $y$  să fie număr natural.
- Trei muncitori realizează împreună 2064 de piese. Primul muncitor realizează 140% din cantitatea pe care o realizează al doilea muncitor, iar 60% din cât realizează al doilea muncitor este cu 15% mai mult decât 25% din cât realizează al treilea muncitor. Câte piese are de realizat fiecare muncitor ?
- Să se rezolve pe domeniul maxim de definiție ecuațiile:
  - $\log_3(\log_4(x^2 - 17)) = 1$
  - $3^{2x+1} - 10 \cdot 3^{x+1} + 27 = 0$

**Notă:** Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.



INSPECTORATUL ȘCOLAR  
JUDEȚEAN IAȘI

# CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

ETAPA NAȚIONALĂ  
7 mai 2016

Profil Filologie / Științe sociale



FACULTATEA  
CONSTRUCȚII DE MAȘINI  
SI MANAGEMENT INDUSTRIAL

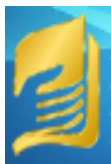
## CLASA A XI-A

- La o stație meteorologică sunt înregistrate temperaturile dimineața, la prânz și seara. S-a constatat că la prânz temperatura este cu 30% mai mare decât dimineața, iar seara se înregistrează o scădere cu 20% a temperaturii față de prânz. Se știe că diferența de temperatură dintre seară și dimineața este de un grad.
  - Să se calculeze cele trei temperaturi măsurate.
  - Cu cât la sută s-a mărit temperatura seara față de dimineața.
- Seria statistică următoare reprezintă numărul de tablete vândute de o firmă într-o lună, luând ca valori clasele ce reprezintă prețul lor în euro.

Preț (euro)	[40;80)	[80;120)	[120;160)	[160;200)	[200;240)	[240;280]
Număr de tablete	50	70	90	100	50	40

- Calculați prețul mediu al unei tablete vândute de firmă și aflați clasa mediană.
  - În luna următoare numărul de tablete vândute crește sau scade cu același procent în fiecare clasă. Care sunt clasele cu creșteri de vânzări astfel încât numărul total de tablete vândute este același?
- Într-o regiune, fiecare dintre cele  $n$  orașe existente este legat în mod direct, prin căi ferate, de exact alte trei 3 orașe, astfel încât traseul minim ce pleacă dintr-un oraș  $A$  și se întoarce tot în  $A$  conține 4 legături directe.
    - Determinați numărul minim de orașe care pot fi legate astfel.
    - În condițiile problemei, este posibil să avem 9 orașe?
  - Un graf-turneu este un graf orientat complet astfel încât între oricare două vârfuri distincte  $x$  și  $y$  există unul și numai unul dintre arcele  $(x, y)$  sau  $(y, x)$ . Pentru un graf-turneu cu  $n$  vârfuri  $x_1, x_2, \dots, x_n$  notăm cu  $r_i$  numărul arcelor care intră în  $x_i$  și cu  $s_i$  numărul arcelor care ies din  $x_i$ .
    - Justificați că:  $r_1 + r_2 + \dots + r_n = s_1 + s_2 + \dots + s_n = \frac{n(n-1)}{2}$ .
    - Arătați că:  $r_1 r_2 + r_1 r_3 + \dots + r_1 r_n + r_2 r_3 + \dots + r_{n-1} r_n = s_1 s_2 + s_1 s_3 + \dots + s_1 s_n + s_2 s_3 + \dots + s_{n-1} s_n$ .

**Notă:** Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.



INSPECTORATUL ȘCOLAR  
JUDEȚEAN IAȘI

# CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

ETAPA NAȚIONALĂ  
7 mai 2016

Profil Filologie / Științe sociale



FACULTATEA  
CONSTRUCȚII DE MAȘINI  
SI MANAGEMENT INDUSTRIAL

## CLASA A XII-A

1. Fie  $X$  o matrice pătratică de ordinul al doilea, cu elemente numere reale, care verifică ecuația  $X^2 + X - A = O_2$ , unde  $A = \begin{pmatrix} -2 & -4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ .
  - a) Arătați că  $X = A$  verifică ecuația din enunț.
  - b) Arătați că  $(2X + I_2)^2 = \begin{pmatrix} -7 & -16 \\ 4 & 9 \end{pmatrix}$ .
  - c) Determinați toate soluțiile ecuației din enunț.
2. Într-un sistem de axe carteziene  $xOy$  se consideră punctele  $O(0,0)$ ,  $A(2,2)$  și  $B_n\left(\frac{2n}{n^2+1}, \frac{n^2-1}{n^2+1}\right)$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ .
  - a) Determinați aria triunghiului  $OAB_1$ .
  - b) Determinați ecuația dreptei  $AB_{-1}$ .
  - c) Pot fi coliniare punctele  $B_0, B_1, B_n$ ? Justificați răspunsul!
3. Pe mulțimea numerelor reale considerăm legea de compoziție asociativă " $\circ$ " definită prin  $x \circ y = xy - 6x - 6y + 42$ , pentru orice  $x, y$  numere reale.
  - a) Determinați elementul neutru al acestei legi.
  - b) Arătați că  $\underbrace{x \circ x \circ \dots \circ x}_{2016} = (x-6)^{2016} + 6$ .
  - c) Determinați numerele reale  $x$  care verifică ecuația  $\underbrace{x \circ x \circ \dots \circ x}_{2016} = x^2 - 12x + 42$ .
4. Printre elementele unei matrice cu 4 linii și 4 coloane există 4 litere, astfel încât se află o singură literă pe fiecare linie, pe fiecare coloană și pe fiecare dintre cele două diagonale. Câte soluții există, dacă cele 4 litere sunt identice? Dar dacă sunt diferite? Justificați răspunsul!

**Notă:** Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.